

Heurísticas de optimización local para la secuenciación de familias de productos con tiempos de preparación

D'Armas Mayra

UNEXPO, Puerto Ordaz, Venezuela, mdarmas@bqto.unexpo.edu.ve, mjdamasr@yahoo.es

Capacho Liliana

ULA, Mérida, Venezuela, lilianac@ing.ula.ve, cb_liliana@hotmail.com

RESUMEN

En este estudio se considera la secuenciación de operaciones en una máquina en donde los tiempos de preparación de las operaciones son independientes de los tiempos de procesamiento y dependientes de la secuencia de las familias de las piezas. Además, se considera que la variable a optimizar es el retraso total de las piezas. Para resolver este problema se desarrollaron dos algoritmos heurísticos basados en procedimientos de búsqueda local, denominados Algoritmo Exhaustivo de Descenso y Algoritmo No Exhaustivo de Descenso. Para evaluar el desempeño de dichos algoritmos, se desarrolló una experiencia computacional basada en una colección de 1000 instancias de problema, considerando de 4 a 6 familias distintas de productos y de 15 a 25 piezas. Los resultados computacionales obtenidos demuestran que, para el problema de secuenciación con tiempos de preparación dependientes de la secuencia, el procedimiento basado en el Algoritmo Exhaustivo de Descenso tuvo un mejor desempeño que el algoritmo No Exhaustivo. El problema considerado en este trabajo podría extenderse fácilmente, incorporando elementos adicionales que son comúnmente encontrados en la realidad industrial.

Palabras claves: Algoritmos heurísticos, Búsqueda local, Secuenciación en una máquina, Tiempos de preparación dependientes de la secuencia

ABSTRACT

In this study the scheduling of operations in a single machine is considered, in which the setup times of the operations are independent on the processing times and depend on the sequence of jobs. Furthermore, it is considered that the variable to optimize is the total tardiness. To solve such a problem two heuristic algorithms based on local search procedures were developed, namely, Exhaustive Descent Algorithm and Non-Exhaustive Descent Algorithm. In order to evaluate the performance of these algorithms, a computational experience was developed, which was based on a collection of 1000 problem instances considering from 4 to 6 different families of products and from 15 to 25 pieces. The results obtained demonstrated that, for the scheduling problem with preparation times dependent on the sequence, the procedure based on the Exhaustive Descent Algorithm had a better performance than the Non-Exhaustive one. The problem considered in this work could be easily extended by incorporating additional aspects that are commonly found in real industrial environments.

Keywords: Heuristic algorithms, Local search, Single machine, Scheduling, Sequence-dependent setup times

1. INTRODUCCIÓN

A pesar de que en los ambientes industriales reales comúnmente se realizan actividades de preparación de las máquinas como la colocación del material en proceso, la limpieza, la colocación de plantillas y accesorios, y el ajuste de las herramientas, muchas de las investigaciones en el área de la secuenciación de operaciones no toman en cuenta los tiempos de preparación de las máquinas y consideran que forman parte de los tiempos de operación (D'Armas y Companys, 2005). Sin embargo, esta suposición no es válida para el caso de tiempos de preparación

dependientes de la secuencia, y en el caso de tiempos de preparación independientes de la secuencia puede conducir a un incremento de los tiempos muertos en algunas de las máquinas (Allahverdi, 2000).

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El prototipo del problema de secuenciación se denomina problema del Taller Mecánico (job-shop problem). El enunciado básico general del problema es: n piezas (lotes de piezas, pedidos u órdenes de trabajo) deben realizarse en m máquinas. La realización de cada pieza implica la ejecución, en cierto orden establecido, de una serie de operaciones prefijadas donde cada operación está asignada a una de las m máquinas y tiene una duración determinada y conocida; debe establecerse un programa, con el objetivo de optimizar un índice determinado que mide la eficiencia del programa (Companys, 2003). Este trabajo se enmarca dentro de la secuenciación de operaciones, en un ambiente de una máquina, con familias de productos y tiempos de preparación dependientes de la secuencia. La notación usada es la siguiente:

n : número de piezas

i : índice de las piezas; $i \in I = \{1, 2, 3, \dots, n\}$

p_i : tiempo de operación de la pieza i

g_i : familia a la que pertenece la pieza i

ST_{hi} : tiempo de preparación de la pieza i cuando h ha sido la pieza anterior de la secuencia

d_i : instante comprometido de salida de la pieza i

r_i : instante de entrada de la pieza i en el taller

c_i : instante en que la pieza sale del taller

L_i : diferencia entre el instante de salida real y el previsto

T_i : retraso

Se tiene un conjunto de piezas que deben ser secuenciadas en una máquina. Se asume que la máquina puede procesar una sola pieza a la vez y que está disponible en el instante cero. Las piezas están disponibles al inicio del proceso y tienen un tiempo límite de entrega. Se asume que las piezas están clasificadas en familias y que el tiempo de preparación se produce cuando se pasa de una familia a otra. El tiempo de preparación de la máquina depende de la familia de la pieza a ser procesada y la familia de la pieza que la precede. Para cada pieza i se conoce el tiempo de operación; el tiempo de entrega, la familia a la que pertenece dicha pieza y los tiempos de preparación de la máquina al pasar de una familia a otra. Según la secuencia escogida, para cada pieza i el instante en que la pieza sale del taller c_i , viene dado por: $c_i = r_i + w_i + p_i + ST_{hi}$ y su retraso T_i viene dado por: $T_i = \max\{0, c_i - d_i\}$

El objetivo es encontrar una secuencia de las piezas que minimice la suma del retraso de las piezas: $[MIN] Z = \sum T_i$

3. METODOLOGÍA

Las heurísticas de optimización local se codificaron en Visual Basic 6.0. En la experiencia computacional se probaron 1000 ejemplares con un número de familias entre 4-6 y con un número total de piezas entre 15-25. Los grupos de ejemplares se clasificaron en problemas de:

- 15 piezas de 4 familias, n° de ejemplares: 200
- 20 piezas de 4 familias, n° de ejemplares: 200
- 25 piezas de 4 familias, n° de ejemplares: 200
- 20 piezas de 5 familias, n° de ejemplares: 100
- 25 piezas de 5 familias, n° de ejemplares: 100
- 25 piezas de 6 familias, n° de ejemplares: 200

Cada ejemplar se resolvió usando las soluciones iniciales EDD, SST-EDD, CR₁ y CR₂, y además a cada ejemplar se le aplicaron las dos Algoritmo Exhaustivo de Descenso y Algoritmo No Exhaustivo de Descenso.

Los datos dados para cada uno de los ejemplares son: número de piezas, número de familias, tiempo de preparación para pasar de una familia a otra, tiempo de operación de cada pieza, tiempo de entrega de cada pieza, familia a la que pertenece cada pieza y la familia procesada anteriormente (para la cual la máquina está preparada inicialmente).

4. SOLUCIONES INICIALES

Para resolver el problema se aplicaron cuatro reglas:

EDD (earliest due date). Ordena las piezas, en orden creciente, de acuerdo con la fecha de vencimiento.

SST-EDD (shortest setup time–earliest due date). Ordena las piezas por familias de acuerdo con el tiempo de preparación más corto cuando se cambia de una familia a otra, y, además, secuencia las piezas entre familia por orden creciente de fechas de vencimiento.

Índice CR₁. Asigna las piezas por el índice de prioridad, que se calcula por medio de la fecha comprometida de entrega (d_i) dividida por la suma entre el tiempo de preparación (ST_{hi}) al cambiar de familia de producto y el tiempo de procesamiento de la pieza (p_i).

$$CR_1 = [d_i / (ST_{hi} + p_i)]$$

Índice CR₂. Asigna las piezas por el índice de prioridad, el cual pondera la fecha de vencimiento, el tiempo de preparación de la familia de la pieza i y el tiempo de procesamiento de la pieza i .

$$CR_2 = [0.2 d_i + 0.8(p_i + ST_{hi})]$$

En la Tabla 1 se comparan los resultados de la aplicación de las cuatro reglas (SST-EDD, EDD, CR₁ y CR₂) en términos de la cantidad de mejores y peores soluciones. La regla CR₁, en todos los ejemplares estudiados, arrojó los peores resultados. La regla CR₂ arrojó los mejores resultados en la mayoría de los ejemplares. La segunda mejor solución inicial es SST-EDD, pero con un valor medio del retraso que duplica al obtenido con CR₂. En todas las pruebas realizadas, los peores resultados se obtuvieron con la regla CR₁.

Tabla 1: Cantidad de mejores y peores soluciones iniciales

Ejemplares:	n = 15, b= 4		n = 20, b= 4	
Cantidad de soluciones:	peores	mejores*	peores	mejores
SST-EDD	0	26	0	8
EDD	0	13	0	4
CR₁	200	0	200	0
CR₂	0	163	0	188
*(2 empates binarios)				
Ejemplares:	n = 25, b= 4		n = 20, b= 5	
Cantidad de soluciones:	peores	mejores*	peores	mejores
SST-EDD	0	8	0	6
EDD	0	1	0	1
CR₁	200	0	100	0
CR₂	0	192	0	93
*(1 empate binario)				
Ejemplares:	n = 25, b= 5		n = 25, b= 6	
Cantidad de soluciones:	peores	mejores*	peores	mejores
SST-EDD	0	3	0	2
EDD	0	0	0	0
CR₁	100	0	200	0
CR₂	0	97	0	198

5. HEURÍSTICAS DE OPTIMIZACIÓN LOCAL

En estos métodos, la solución final será siempre un óptimo local. En cada iteración el movimiento se produce desde la solución actual a una de su entorno que sea mejor que ella, finalizando la búsqueda cuando todas las soluciones de su entorno sean peores o no hay ninguna mejor (Díaz *et al.*, 1996).

Uno de los mayores inconvenientes con los que se enfrentan estas técnicas es la existencia de óptimos locales que no sean absolutos (ver Figura 1). Si a lo largo de la búsqueda se cae en un óptimo local, en principio la heurística no sabría continuar pues se quedaría pegada en ese punto.

Por otra parte, en este tipo de heurísticas, la solución inicial de la que se parta tiene una gran influencia sobre la posibilidad de caer o no en un óptimo local. Por ejemplo, en la Figura 1 si se hubiera partido de punto x_{i-2} , se hubiera evitado ese riesgo.

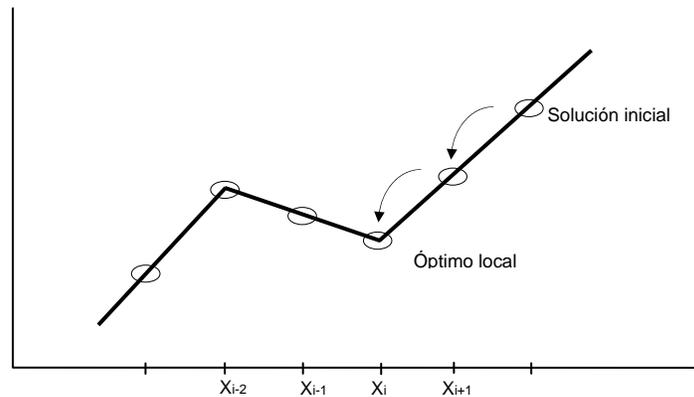


Figura 1: Ejemplo de función con un óptimo local.

Fuente: Díaz et al, 1996

5.1 ALGORITMO EXHAUSTIVO DE DESCENSO (AED).

En este caso, a partir de la solución en curso se generan y evalúan todos los vecinos, si el mejor vecino es mejor que la solución en curso, éste se toma como nueva solución en curso y se reitera el procedimiento. En caso contrario, el mejor vecino es peor o igual a la solución en curso, el procedimiento se da por terminado (ver Figura 2).

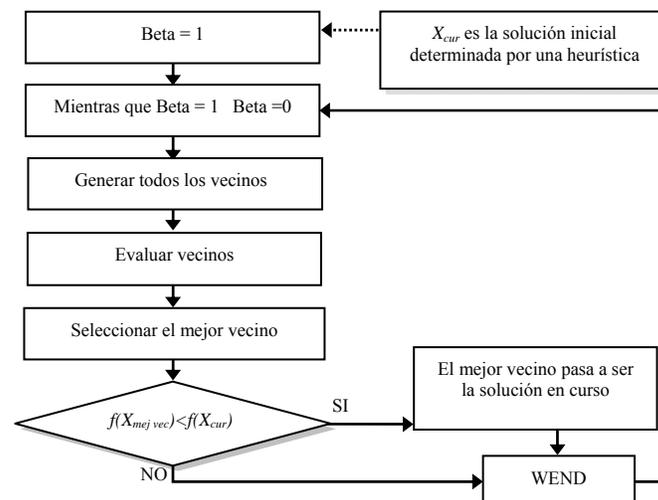


Figura 2: Esquema general de una subrutina AED

En la Tabla 2 se comparan, para cada colección de problemas, los resultados de la aplicación de AED a cada una de las soluciones iniciales, en términos de la cantidad de mejores y peores soluciones. Las soluciones mejoradas se han identificado como SST-EDD+AED, EDD+AED, CR₁+AED y CR₂+AED. De acuerdo con los resultados mostrados en la Tabla 2, para todas las colecciones de problemas, los peores resultados se han obtenido con SST-Tegucigalpa, Honduras

Jun 04-06, 2008

EDD+AED. En cuanto a los mejores resultados, con EDD+AED se han logrado la mayor cantidad de mejores soluciones, sin embargo las diferencias con respecto a CR₁+AED y CR₂+AED no son muy grandes.

Tabla 2: Cantidad de mejores y peores soluciones mejoradas con AED

Ejemplares:	n = 15, b= 4		n = 20, b= 4	
Cantidad de soluciones:	peores	mejores*	peores	mejores*
SST-EDD+AED	111	34	127	25
EDD+AED	25	84	25	55
CR₁+AED	43	54	30	61
CR₂+AED	34	62	24	69
	*(24 empates binarios y 5 ternarios)		*(8 empates binarios y 1 ternario)	

Ejemplares:	n = 25, b= 4		n = 20, b= 5	
Cantidad de soluciones:	peores	mejores*	peores	mejores*
SST-EDD+AED	135	20	51	16
EDD+AED	17	67	11	35
CR₁+AED	30	63	24	28
CR₂+AED	19	56	15	24
	*(6 empates binarios)		*(3 empates binarios)	

Ejemplares:	n = 25, b= 5		n = 25, b= 6	
Cantidad de soluciones:	peores	mejores*	peores	mejores*
SST-EDD+AED	62	15	123	24
EDD+AED	6	30	24	66
CR₁+AED	20	32	35	51
CR₂+AED	14	24	19	60
	*(1 empate binario)		*(1 empate binario)	

Con el propósito de probar los efectos de la heurística de mejora AED en las soluciones iniciales, se ha realizado un análisis de varianza (ANOVA) de una vía a un nivel del 5%. Los resultados demuestran que existen diferencias significativas entre las medias de las cuatro soluciones mejoradas, a un nivel de confianza del 95% (ver Tabla 3).

Tabla 3: Resultados del análisis de varianza. Heurística AED

PRUEBA:	ANOVA
	F-Ratio (P-Valor)
n =15, b =4	14,0016* (0,0000)
n =20, b =4	28,0763* (0,0000)
n =25, b =4	29,9568* (0,0000)
n =20, b =5	5,56271* (0,0010)
n =25, b =5	8,61776* (0,0000)
n =25, b =6	12,6027* (0,0000)

* Estadísticamente significativo con $\alpha=0,05$

Además, para determinar cuáles medias son significativamente diferentes de otras se ha aplicado el procedimiento de las menores diferencias significativas de Fisher (ver Tabla 4). Los resultados indican que entre EDD+AED, CR₁+AED y CR₂+AED no hay diferencias estadísticamente significativas, y que SST-EDD+AED muestra diferencias estadísticamente significativas a un nivel de confianza del 95%. Es decir, la solución mejorada obtenida a partir de la solución inicial SST-EDD es estadísticamente menos efectiva que las soluciones EDD+AED, CR₁+ANED y CR₂+ANED.

Tabla 4: Resultados de la comparación múltiple de medias. Heurísticas de mejora AED

PRUEBA:		CONTRASTE MÚLTIPLE DE RANGO					
		Diferencias (+/- Límites)					
<i>n</i>	<i>b</i>	SSTEDD+AED – EDD+AED	SSTEDD+AED – CR1+AED	SSTEDD+AED – CR2+AED	EDD+AED – CR1+AED	EDD+AED – CR2+AED	CR1+AED – CR2+AED
15	4	41,53* (13,82)	32,44* (13,82)	35,67* (13,82)	-9,09 (13,82)	-5,86 (13,82)	3,23 (13,82)
20	4	86,77* (22,3931)	83,13* (22,3931)	86,74* (22,3931)	-3,64 (22,3931)	-0,03 (22,3931)	3,61 (22,3931)
25	4	118,56* (28,9777)	108,74* (28,9777)	115,15* (28,9777)	-9,82 (28,9777)	-3,41 (28,9777)	-6,41 (28,9777)
20	5	50,89* (28,4864)	44,43* (28,4864)	48,77* (28,4864)	-6,46 (28,4864)	-2,12 (28,4864)	4,34 (28,4864)
25	5	87,96* (39,2074)	79,79* (39,2074)	79,52* (39,2074)	-8,17 (39,2074)	-8,44 (39,2074)	-0,27 (39,2074)
25	6	77,52* (28,2638)	61,91* (28,2638)	74,025* (28,2638)	-15,61 (28,2638)	-3,495 (28,2638)	12,115 (28,2638)

* Estadísticamente significativo con $\alpha=0,05$

5.2 ALGORITMO NO EXHAUSTIVO DE DESCENSO (ANED).

A partir de la solución en curso se generan y evalúan uno a uno sus vecinos, si uno de ellos es mejor que la solución en curso, éste se guarda como nueva solución en curso (sin terminar la generación de los vecinos de la solución primitiva) y se prosigue aplicando el procedimiento a los vecinos de la nueva solución en curso. El proceso finaliza cuando se han generado todos los vecinos de una determinada solución en curso sin que ninguno sea mejor (ver Figura 3).

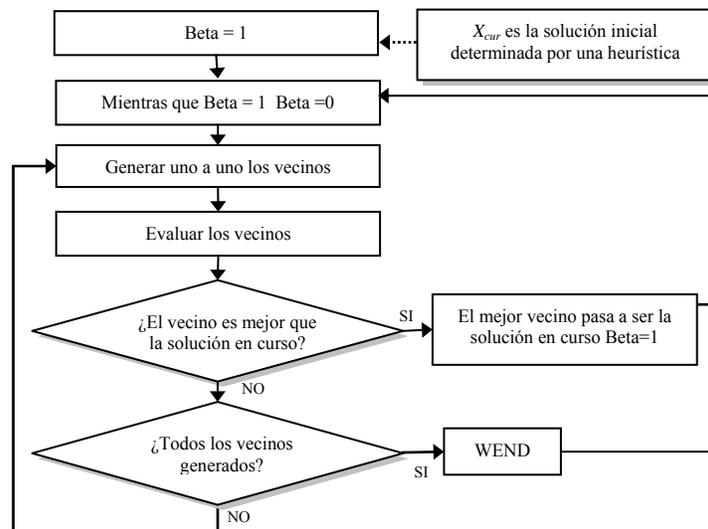


Figura 3: Esquema general de una subrutina ANED

En la Tabla 5 se comparan los resultados de la aplicación de la heurística ANED a cada una de las soluciones iniciales, en términos de la cantidad de mejores y peores soluciones. Las soluciones mejoradas se han identificado como SST-EDD+ANED, EDD+ANED, CR₁+ANED y CR₂+ANED. De los resultados mostrados se deduce que la mayoría de las mejores soluciones se han obtenido con EDD+ANED y CR₂+ANED, y que los peores resultados se obtienen con la solución SST-EDD+ANED.

Tabla 5: Cantidad de mejores y peores soluciones mejoradas con ANED

Ejemplares:	n = 15, b= 4		n = 20, b= 4	
Cantidad de soluciones:	peores	mejores*	peores	mejores*
SST-EDD+ANED	91	48	98	33
EDD+ANED	31	74	30	65
CR₁+ANED	58	52	56	36
CR₂+ANED	27	68	21	77
	*(30 empates binarios y 6 ternarios)		*(9 empates binarios y 1 ternario)	

Ejemplares:	n = 25, b= 4		n = 20, b= 5	
Cantidad de soluciones:	peores	mejores*	peores	mejores*
SST-EDD+ANED	94	35	28	20
EDD+ANED	28	69	26	26
CR₁+ANED	49	36	29	20
CR₂+ANED	30	68	22	37
	*(6 empates binarios y 1 ternario)		*(3 empates binarios)	

Ejemplares:	n = 25, b= 5		n = 25, b= 6	
Cantidad de soluciones:	peores	mejores*	peores	mejores*
SST-EDD+ANED	39	24	79	38
EDD+ANED	20	25	34	66
CR₁+ANED	25	23	55	32
CR₂+ANED	16	29	33	66
	*(1 empate binario)		*(2 empates binarios)	

A partir del Análisis de Varianza se demuestra que existen diferencias significativas entre las medias de las cuatro soluciones mejoradas con ANED a un nivel de confianza del 95% (ver Tabla 6).

Tabla 6: Resultados del análisis de varianza. Heurística ANED

PRUEBA:	ANOVA
	F-Ratio (P-Valor)
n =15, b =4	6,73584* (0,0002)
n =20, b =4	9,01964* (0,0000)
n =25, b =4	11,3283* (0,0000)
n =20, b =5	0,856395 (0,4638)
n =25, b =5	1,85663 (0,1364)
n =25, b =6	2,69219* (0,0452)

* Estadísticamente significativo con $\alpha=0,05$

Los resultados del procedimiento de las menores diferencias significativas de Fisher (LSD) se muestran en la Tabla 7. De acuerdo con los resultados mostrados se deduce que:

- Para las colecciones de 15 piezas-4 familias, y de 25 piezas-4 familias, las soluciones EDD+ANED, CR₁+ANED y CR₂+ANED son estadísticamente más efectivas que la solución SST-EDD+ANED.
- Para el caso de 20 piezas-4 familias la solución CR₂+ANED es estadísticamente más efectiva que CR₁+ANED, y las soluciones EDD+ANED, CR₁+ANED y CR₂+ANED son estadísticamente más efectivas que la solución SST-EDD+ANED.
- Para los casos de 25 piezas-5 familias y 25 piezas - 6 familias las soluciones EDD+ANED, y CR₂+ANED son estadísticamente más efectivas que la solución SST-EDD+ANED.

Tabla 7: Resultados de la comparación múltiple de medias. Heurística ANED

PRUEBA:		CONTRASTE MÚLTIPLE DE RANGO					
		Diferencias (+/- Límites)					
<i>n</i>	<i>b</i>	SSTEDD+ANED - EDD+ANED	SSTEDD+ANED - CR1+ANED	SSTEDD+ANED - CR2+ANED	EDD+ANED - CR1+ANED	EDD+ANED - CR2+ANED	CR1+ANED - CR2+ANED
15	4	27,835* (13,6497)	17,37* (13,6497)	26,305* (13,6497)	-10,465 (13,6497)	-1,53 (13,6497)	8,935 (13,6497)
20	4	46,195* (21,5854)	28,345* (21,5854)	52,065* (21,5854)	-17,85 (21,5854)	5,87 (21,5854)	23,72* (21,5854)
25	4	72,95* (28,5738)	45,6* (28,5738)	74,065* (28,5738)	-27,35 (28,5738)	1,115 (28,5738)	28,465 (28,5738)
20	5	17,39 (30,1898)	11,74 (30,1898)	23,64 (30,1898)	-5,65 (30,1898)	6,25 (30,1898)	11,9 (30,1898)
25	5	38,93* (38,4138)	21,78 (38,4138)	40,3* (38,4138)	-17,15 (38,4138)	1,37 (38,4138)	18,52 (38,4138)
25	6	31,08* (27,6487)	12,655 (27,6487)	35,075* (27,6487)	-18,425 (27,6487)	3,995 (27,6487)	22,42 (27,6487)

* Estadísticamente significativo con $\alpha=0,05$

Finalmente se comparan los resultados de los dos Algoritmos de Optimización Local. En la Tabla 8 se resumen los resultados experimentales en cuanto al retraso promedio. Se puede observar que, para todos los casos estudiados, las mejores soluciones se obtienen con la solución inicial EDD y la heurística AED (señaladas con un asterisco). Además, estos resultados se pueden observar gráficamente en la Figura 4.

Tabla 8: Comparación del retraso medio.

Caso: n=15, b=4					Caso: n=20, b=4				
SST-EDD	EDD	CR ₁	CR ₂		SST-EDD	EDD	CR ₁	CR ₂	
AED	130,2	89,5*	98,4	95,0	AED	228,9	142,2*	145,8	142,2*
ANED	121,0	93,1	104,1	94,6	ANED	195,4	149,2	167,0	143,3

Caso: n=25, b=4					Caso: n=20, b=5				
SST-EDD	EDD	CR ₁	CR ₂		SST-EDD	EDD	CR ₁	CR ₂	
AED	320,6	202*	211,8	205,4	AED	211,3	160,71*	166,9	162,6
ANED	283,2	210,2	237,6	209,1	ANED	187,7	170,3	176,0	164,1

Caso: n=25, b=5					Caso: n=25, b=6				
SST-EDD	EDD	CR ₁	CR ₂		SST-EDD	EDD	CR ₁	CR ₂	
AED	301,1	213,3*	221,3	221,6	AED	273,8	196,2*	211,9	199,8
ANED	262,4	223,5	240,6	222,1	ANED	236,3	205,2	201,2	223,6

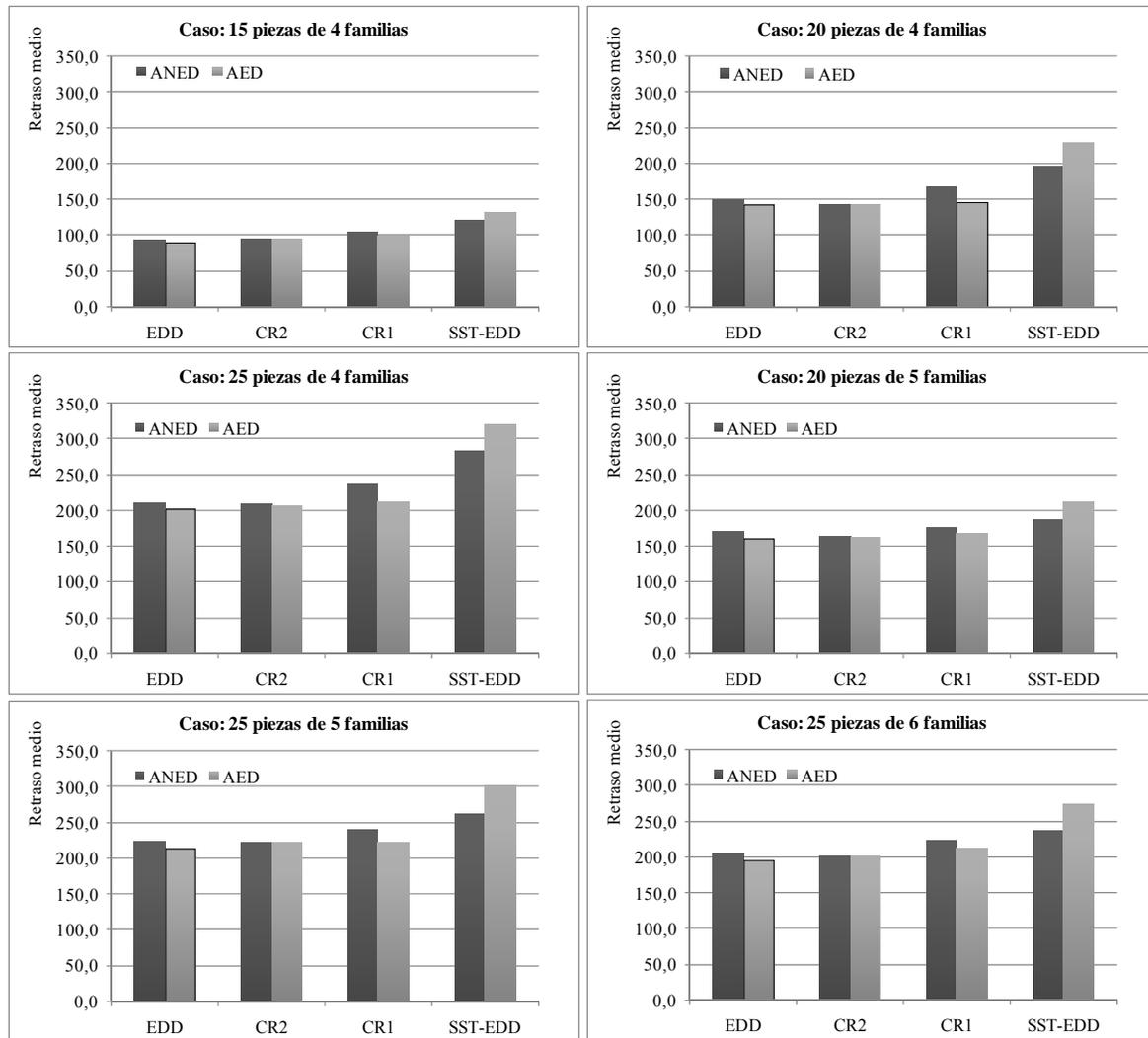


Figura 4: Comparación del valor medio del retraso. Heurísticas AED y ANED

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se adaptaron las heurísticas de optimización local AED y ANED a la secuenciación de operaciones con familias de productos y tiempos de preparación dependientes de la secuencia.

La comparación de las reglas de secuenciación ha permitido demostrar que para los problemas estudiados CR₂ es la más aconsejable, ya que arrojó los menores valores de retraso medio.

Este estudio permitió demostrar que la aplicación de una buena solución inicial no garantiza un mejor resultado después de la aplicación de las heurísticas AED y ANED. A pesar de que EDD no arrojaba buenas soluciones iniciales, al aplicarle las heurísticas arroja las mejores soluciones. Un comportamiento contrario se encontró con CR₂ que arrojaba los mejores resultados iniciales, y después de aplicarle las heurísticas no logra alcanzar las mejores soluciones.

Finalmente, se concluye que la capacidad de mejora de las heurísticas de optimización local, ANED y AED, es dependiente de la solución inicial aplicada, dando mejores resultados con la solución inicial EDD. Siendo, para el problema específico estudiado, la heurística AED la más ventajosa ya que arroja los mejores resultados en todos los ejemplares.

Esta investigación puede ser tomada como una base para posibles extensiones del problema estudiado, incorporando elementos que en ocasiones aparecen en ambientes industriales reales.

REFERENCIAS

- Allahverdi, A. (2000). "Minimizing mean flowtime in a two-machine flowshop with sequence-independent setup times", *Computers & Operations Research*, Vol. 27, No. 2, pp 111-127.
- D'Armas, M. y Companys, R. (2005). "Programación de operaciones con tiempo de preparación mediante algoritmos de optimización local". *Universidad, Ciencia y Tecnología*, Vol. 9, No. 35, pp 155-162.
- Companys, R. (2003). Secuenciación. Programación de proyectos y de taller. Equilibrado y secuenciación de líneas. Volumen I. CPDA-ETSEIB Publicacions d'Abast S.L.L. España.
- Díaz A., Glover, F., Ghaziri, H., González, J., Laguna, M., Moscato, P. and Tsen, F. (1996). "Optimización Heurística y Redes Neuronales en Dirección de Operaciones e Ingeniería", Editorial Paraninfo, España.